配送拠点での商品供給の改善

Improvements of Commodity-Supply at the Distribution Site

上　野　皓　司
Ueno,　Koji

ABSTRACT

The amount of order from buyers fluctuate up and down every day about each commoditity at the distribution site. If the amount of commoditity which will be sent from production site is constant every day, the difference between the amount of order and it will produce the delays of shipping for the order.

Distributers should check the difference between orders and inventories often and adopt the best managing system of distribution. An example of improvement of managing system by using “Poisson processes” are examined.

近年発展途上国で商品を生産し他の国々に輸出する多国籍企業（MNF=multinational firms）が増大している。ある推定では1970年代後半の多国籍企業の生産国の製品輸出に占める割合が，インドでは5％，ブラジルでは43％，シンガポールでは70％に達している[(1)]。Caldern-Rossell（1985）等よれば，理論的には国外直接投資（FDI）はどの国で生産するのがもっとも利益が上がるかにより，もし国内で生産するのが有利であれば輸出を，国外で生産するのが有利であれば自国へ輸入することもあり，輸出とFDI の選択は，生産費，輸送費，為替相場，販売費等に依存する。

Kumar（1985）は製造業の市場占有率を調べ，貿易の割合が多い分野では少数の企業に市場が占有される比率が高くなる傾向があると指摘している。例えば

（1）Katrak（1981）はこれらの生産国の多国籍企業に対する対応策の一つである輸出税（export tax）について分析し，その国の福祉の増大のための最適な比率を計算している。

1979年の英国では輸出の多い車両業は上位5社で約80%，電気では上位10社で約60%，化学でも上位16社で約60%であり，貿易の少ない木材や家具は上位5社で13%，皮革，衣類，履物では上位10社で17%である。Lane（2001）はまた貿易は資本市場や信用の供与の拡大を通して経済的な集中を促進すると述べている。本稿の目的はこのように多様化する諸国間での相互の生産や販売を結びつける配送拠点国の合理的な運営方法を検討することにある。

発展途上国等で設置されている非課税の自由貿易や輸出推進ゾーン（free trade or export promotion zones）は，配送拠点の一つの候補でもある。Devereux and Chen（1995）によれば1990年にメキシコではこのゾーンで40万人の雇用と120 億ドルの輸出を，モーリシャスでは全雇用の15%と全輸出の60%を生み出している。

Sveikauskas（1983）は米国の貿易が他の国々と異なるのは職業的な技能や資本の集約度ではなく化学や技術（science and technology）であり，研究や革新（research and innovation）に従事する職員が生産に従事する職員より豊富だからである，と述べているが，配送等の物流面でもコスト削減や時間短縮のために科学的な管理を実施する必要がある。商品の配送はときには個々の商品によって異なった準備作業と時間を必要とすることがあり，不確定な注文の到着数と配送準備時間のもとで，合理的な発送を考えなければならないが，このような管理方法の参考になるのが，「待ち行列の理論」（queueing theory）である。Chevalier and Wein（1993）やBertsimas and Mourtzinou（1997）には待ち行列の一般理論の研究が見られ，Peterson and Bertsimas and Odoni（1995）には空港の過密による出発準備の遅れに対する具体的な問題の分析が示されている。1990年に米国内21空港の遅れは20000時間，1日当たり平均55機が1時間遅れているとされ，道路の渋滞等と同様に重要な問題になりつつある。

配送の準備時間を考慮すれば，「待ち行列の理論」の応用が考えられるが，以下ではとりあえず準備時間を考慮せず，配送拠点国での管理の第一段階として，販売国からの不確定な注文への対応方法を検討する。

1. 注文の到着数

この企業では複数の生産国と一つの配送拠点国があり，配送拠点国へは在庫費用の増加や機能の変化による製品の陳腐化を避けるために毎日一定量 a ずつ生産国から製品が送られてくる。複数の販売国からの注文到着数は不確定であるために，到着数によってはその日のうちに発送準備をすることができず，1 日以上発送を待つことがある。注文の到着数は不規則に変化するために発送の遅れは時期によって異なり，正確な遅れの状態を把握できていない。この商品への注文数は一定期間の規則的なサイクルを有しており，その期間をとれば生産国から送られてくる商品総数と販売国へ発送する総数とはほぼ一致している(2)。将来の発送の改善や在庫調整のためにこの一定期間内での注文数の変化の状態をより正確に把握したい(3)。

そこで生産国から送られてくる商品総数と販売国へ発送する総数とがほぼ一致している一定間期間である 10 日間を異なる時期についていくつか調査し，その期間の注文数を抽出した。10 日間の注文総数が 200 個である 10 期間の結果は以下のようであった。

	第 1 日	第 2 日	第 3 日	第 4 日	第 5 日	第 6 日	第 7 日	第 8 日	第 9 日	第10日
第1期間	10	8	24	35	45	55	11	3	7	2
第2期間	0	45	65	20	0	34	15	19	2	0
第3期間	18	20	48	37	23	8	25	7	10	4
第4期間	8	23	98	0	44	15	0	6	0	6
第5期間	7	12	12	85	67	0	9	4	4	0
第6期間	21	9	34	72	40	6	11	2	0	5
第7期間	12	18	55	60	12	24	15	4	0	0
第8期間	8	0	78	45	15	8	20	7	10	9
第9期間	12	32	8	86	8	18	8	13	9	6
第10期間	7	18	12	55	18	43	19	10	6	12
各日の平均値	10.3	18.5	43.4	49.5	27.2	21.1	13.3	7.5	4.8	4.4

縦はサンプルの期間を，横は到着の日を，数値は到着した注文数を表している。[4]

変化を知る最も簡単な方法は各日について平均到着数を計算し，その動きを知る方法である。しかしこの方法では各日における注文数の上下の幅がわからないために，在庫と注文数の多数期間における平均的な差異の状況を知ることができない。そこで各日について10期間の資料から注文数の分布を求めるために上記の表を以下のように整理した。[5]

	0〜9	10〜19	20〜29	30〜39	40〜49	50〜59	60〜69	70〜79	80〜89	90〜99	100
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
第１日	5	4	1	0	0	0	0	0	0	0	0
第２日	3	3	2	1	1	0	0	0	0	0	0
第３日	1	2	1	1	1	1	1	1	0	1	0
第４日	1	0	1	2	1	1	1	1	2	0	0
第５日	2	3	1	0	3	0	1	0	0	0	0
第６日	4	2	1	1	1	0	1	0	0	0	0
第７日	3	5	2	0	0	0	0	0	0	0	0
第８日	7	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
第９日	8	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
第10日	9	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

（２）一定期間を季節や年にとれば季節変動や年変動の周期的なサイクルとなる。

（３）Gilley, Shieh and Williams（1988）は輸送費用が輸送量や距離に依存するとき，依存の仕方によって最適な生産拠点の立地がどのように変化するかを検討している。ここでは配送拠点国を経由するさいの輸送費単価の問題に言及していないが，現実には注文数に関連して，輸送量や距離による輸送費単価と販売価格の問題が考慮される必要がある。

（４）Davis（1997）はOECD諸国等の先進国相互の貿易の要因を，規模の経済性（increasing returns to scale）より生産要素の存在量の差異による比較優位（comparative advantage）に求めている。ここでは生産コストの問題を考慮していないが，現実には生産要素の存在量の差異と同時に規模の経済性が販売に影響しており，これらが変化すれば，注文数も変わると考えられ，考慮すべき点である。

（５）Hillman and Templeman（1985）は独占的な国外商品の侵入に対抗する方法として，関税（tariff）や数量割り当て（quota）以外に輸入品の利益に対する直接課税等を検討している。配送拠点国がもし商品の国内への持ち込みに一定の制約を設ければ，任意の配送拠点国の設置や持ち込み数量の自由な増減が不可能になる。このような状況の国については，持ち込み数量の上限設定や，持ち込み数量の関数としての商品単価の変化による注文数の変化，を考慮しなければならない。

10日間の周期で一定数200の注文があるために10日間の各日の注文数の規模別の割合を把握したい[6]。そこで0から9個にはランク0を，10から19個にはランク1を，という順序で各日ごとに10期間のランク別の注文数を記入している。この資料をもとに各日の注文数の規模別の分布を知りたいが，利用可能な分析方法の一つが「ポアソン過程」である。「ポアソン過程」は少数のサンプルからそのサンプルの一般的な特性を理論的に推定する方法を提供しているために，以下ではまずこの分析方法の考え方を概観する。

1－1. ポアソン過程

商品注文数が時刻0から時刻 t までの間にどれだけ到着するかを考えてみる。この商品注文数は，一定時間帯では，〈1〉ある任意の時間間隔のもとでは到着注文数の確率は，注文数と時間間隔の長さにだけ依存し，どの時間をとっても変わらない，〈2〉ある時間間隔での到着注文数の確率は，それ以前の到着注文数には無関係である，〈3〉時間の間隔を極度に短くとれば，1個以上の注文は到着しない，という三つの条件を備えているとする[7]。

商品注文が一定時間 t に h 個到着する確率を $P_h(t)$ と表せば，任意の一定時間 t に商品注文が1個も到着しない確率 $P_h(t)$ は，$P_0(t)$ と表現することができ，$P_0(t)$ は不等式

$$0 \leqq P_0(t) \leqq 1$$

で表される。この不等式で，$P_0(t) = 0$ は，一定時間 t の間に注文が1個も到着

（6）Yamawaki（1986）は米国と日本を比較検討し，輸出品の価格決定は輸出対象国の国内価格や市場構造に依存している，と述べている。ここでは販売国での商品価格や販売数量を問題にしていないが，販売国での市場の状況の変化によっては配送拠点国への注文数が変化することが考えられ，注文数の予測には販売国の市場の状況の絶え間ない把握が必要である。また Yamawaki and Audretsch（1988）は米国内での日本商品の輸入品の占有率を調べ，占有率の割合は広告，R&D，物的資本，取引に従事する社員の賃金，等の水準に依存し，一つの国の産業特性には無関係である，と指摘しており，注文数の予測には販売国での自社のこれらの状況をも把握しておく必要がある。

（7）確率論では，〈1〉は定常性，〈2〉はマルコフ性，〈3〉は希少性とよばれている。

しない確率は0であるという状況を表しているが，これは逆に t の間に注文が1個以上到着する確率が1であるということであり，一定時間内の到着注文数が無限に大きくなることがある状況を表している。$P_0(t)=1$ では，時間 t に注文が到着しない確率は1であるということで，注文の到着が一切みられない状況を表している。これらの二つの状況は特別な場合であり，問題となるのは，$0<P_0(t)<1$ の状況である。

0と1の間の一定値を表すために $e^{-\lambda}$ を使用することができる。λ はある正数であり，λ の値が大きくなるにしたがって $e^{-\lambda}$ の値は0に近づく。$e^{-\lambda}$ を使用すれば，

$$P_0(t)=e^{-\lambda t} \tag{1}$$

と表すことができる。$P_1(t)$ は一定時間 t に注文が1個到着する確率，$P_{>1}(t)$ は2個以上到着する確率を表すとすれば，t の任意の値に対して

$$P_0(t)+P_1(t)+P_{>1}(t)=1 \tag{2}$$

が成り立つ。t が非常に短かければ，$t=\Delta t$ と表し，(1) はベキ級数によって，近似的に

$$P_0(\Delta t)=1-\lambda\Delta t \tag{3}$$

と表されることができる[(8)]。(3) を (2) に代入すれば，

$$P_1(\Delta t)=1-(1-\lambda\Delta t)-P_{>1}(\Delta t)$$

であるが，t が非常に短ければ〈3〉の仮定により，2個以上の注文がないために，$P_{>1}(t)=0$ であり，

$$P_1(\Delta t)=\lambda\Delta t \tag{4}$$

となる。

つぎに任意の時間 t とその時間への追加的な非常に短い時間 Δt との両者にわたる時間の間に，注文が h 個到着する確率を考える。時間の間隔を二つに分け

（8）テイラー級数により

$e^{-\lambda t}=1-\lambda t+\lambda^2t^2/2-\lambda^3t^3/6+\cdots$

であり，右辺の $1-\lambda t$ のみで近似している。

たさいには，以下の $h+1$ の異なる可能性が考えられる。

《1》時間 t の間に注文が h 個到着し，時間 Δt の間には1個も到着しない。

《2》時間 t の間に注文が $h-1$ 個到着し，時間 Δt の間に1個到着する。

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

《 $h+1$ 》時間 t の間に注文が1個も到着せず，時間 Δt の間に h 個到着する。

時間 t とその時間への追加的な非常に短い時間 Δt との間に注文が h 個到着する確率を $P_h(t+\Delta t)$ と表せば，この確率は上記の $h+1$ の可能性をすべて加えたものとなり，

$$P_h(t+\Delta t)=\sum_{j=0}^{h}P_j(t)P_{h-j}(\Delta t) \tag{5}$$

となる。ここで〈3〉の希少性の仮定によって

$$\sum_{j=0}^{h-2}P_j(t)P_{h-j}(\Delta t)=0 \tag{6}$$

が成り立つ。なぜなら非常に短い時間 Δt の間には2個以上の注文の到着はおこらないために，$P_{h-j}(\Delta t)$ は $j=h-1$ と $j=h$ のみ可能性が考えられるからである。(9)

したがって

$$P_h(t+\Delta t)=P_h(t)P_0(\Delta t)+P_{h-1}(t)P_1(\Delta t) \tag{7}$$

となるが，(3) より $P_0(\Delta t)=1-\lambda\Delta t$ ，(4) より $P_1(\Delta t)=\lambda\Delta t$ であり，これらを (7) に代入すれば，

$$P_h(t+\Delta t)=P_h(t)(1-\lambda\Delta t)+P_{h-1}(t)\lambda\Delta t \tag{8}$$

となり，

$$\frac{P_h(t+\Delta t)-P_h(t)}{\Delta t}=-\lambda P_h(t)+\lambda P_{h-1}(t) \tag{9}$$

が得られる。$\Delta t\to 0$ のとき (9) の右辺の極限値が存在するから，左辺の極限値も存在し，$P_h(t)$ についての微分方程式

$$\frac{dP_h(t)}{dt}=-\lambda P_h(t)+\lambda P_{h-1}(t) \tag{10}$$

が得られる。この (10) の初期条件は，(1) と条件〈3〉によって，

$$P_0(0)=1,\ h \geqq 1 \text{ のとき } P_h(0)=0 \tag{11}$$

となる。

(10) を解くために，新しい未知関数 $V_h(t)$ を導入し，$P_h(t)$ を

$$P_h(t)=e^{-\lambda t}V_h(t) \tag{12}$$

と置く。(12) を (10) に代入すれば，$V_h(t)$ についての方程式

$$\frac{dV_h(t)}{dt}=\lambda V_{h-1}(t) \tag{13}$$

が得られる。[10]

(13) を解き，$V_h(t)$ の関数を得なければならない。(1) から

$$P_0(t)=e^{-\lambda t}=e^{-\lambda t}V_0(t)$$

の関係が成り立つために，$V_0(t)=1$ であり，とくに $h=1$ のときは，(13) は

$$\frac{dV_1(t)}{dt}=\lambda \tag{14}$$

が得られる。(11) より，$V_h(t)$ の初期条件は，

$$V_0(0)=1,\ h \geqq 1 \text{ のときは } V_0(0)=0 \tag{15}$$

↘(9) $P_{>1}(\Delta t)$ は時間 Δt の間に 2 個以上の注文が到着するすべての確率であり，

$$\sum_{j=0}^{h-2} P_j(t)P_{h-j}(\Delta t) \leqq \sum_{j=0}^{h-2} P_{h-j}(\Delta t) \leqq P_{>1}(\Delta t)=0$$

が得られるために (6) が成立する。

(10) (12) を (10) に代入すれば，

$$\frac{de^{-\lambda t}V_h(t)}{dt}=-\lambda e^{-\lambda t}V_h(t)+\lambda e^{-\lambda t}V_{h-1}(t)$$

より，

$$-\lambda e^{-\lambda t}V_h(t)+e^{-\lambda t}\frac{dV_h(t)}{dt}=-\lambda e^{-\lambda t}V_h(t)+\lambda e^{-\lambda t}V_{h-1}(t)。$$

したがって

$$\frac{dV_h(t)}{dt}=\lambda V_{h-1}(t)$$

となる。

(11) $P_0(0)=e^{-\lambda 0}V_0(0)=V_0(0)=1$ の関係から $V_0(0)=1$，$h \geqq 1$ のときは $P_h(0)=e^{-\lambda 0}V_h(0)=V_h(0)=0$ の関係から $V_0(0)=0$ となる。

となる。[11]

これらの条件を考慮して，(13) と (14) を順次に解いてゆけば，

$$V_1(t)=\lambda t,\ V_2(t)\frac{(\lambda t)^2}{2!},\ V_3(t)=\frac{(\lambda t)^3}{3!},\ \cdots\cdots\cdot$$

$$V_h(t)=\frac{(\lambda t)^h}{h!}$$

が得られる。したがって任意の $h\ (\geqq 0)$ について，(12) から，

$$P_h(t)=\frac{(\lambda t)^h}{h!}e^{-\lambda t} \tag{16}$$

が成り立つ。この (16) が $0<P<1$ の過程を表す関数であり，この関数によって表現される確率過程は,「ポアソン過程」とよばれる。

1−2．ポアソン過程による理論値

ポアソン過程を上記の各日ごとのランク別資料に適用し，各日のランクごとの確率を計算する。確率はランク 0 については (1) の $P_0(t)=e^{-\lambda t}$ から，1 から 10 ランクは (16) の

$$P_h(t)=\frac{(\lambda t)^h}{h!}e^{-\lambda t}$$

から計算できる。ここで λt にどのような値を適用するかであるが，各日のランクの平均値を採用する。このとき第 1 日では $\lambda t=(0\times 5+1\times 4+2\times 1+3\times 0+4\times 0+5\times 0+6\times 0+7\times 0+8\times 0+9\times 0+10\times 0)\div 10=0.6$ となる。ポアソン過程による確率とその確率に対応する各ランクの平均注文数を計算すれば，次のようになる。

	0〜9	10〜19	20〜29	30〜39	40〜49	50〜59	60〜69	70〜79	80〜89	90〜99	100〜109
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
第1日	0.549	0.329	0.099	0.020	0.003	0.000					
(λt =0.6)	2.471	4.771	2.426	0.690	0.134	0.000					
第2日	0.247	0.346	0.242	0.113	0.040	0.011	0.003	0.000			
(λt =1.4)	1.112	5.017	5.929	3.899	1.780	0.600	0.194	0.000			
第3日	0.022	0.084	0.159	0.201	0.191	0.145	0.092	0.050	0.024	0.010	0.004
(λt =3.8)	0.099	1.436	3.896	6.935	8.500	7.903	5.934	3.725	2.028	0.945	0.418
第4日	0.010	0.046	0.106	0.162	0.187	0.172	0.132	0.086	0.050	0.025	0.012
(λt =4.6)	0.045	0.667	2.597	5.589	8.322	9.374	8.514	6.407	4.225	2.363	1.254
第5日	0.100	0.230	0.265	0.203	0.117	0.054	0.021	0.007	0.002	0.000	
(λt =2.3)	0.450	3.335	6.493	7.004	5.207	2.943	1.355	0.522	0.169	0.000	
第6日	0.183	0.311	0.264	0.150	0.064	0.022	0.006	0.001	0.000		
(λt =1.7)	0.824	4.510	6.468	5.175	2.848	1.199	0.387	0.075	0.000		
第7日	0.407	0.366	0.165	0.049	0.011	0.002	0.000				
(λt =0.9)	1.508	5.307	4.043	1.691	0.490	0.109	0.000				
第8日	0.741	0.222	0.033	0.003	0.000						
(λt =0.3)	3.335	3.219	0.809	0.104	0.000						
第9日	0.819	0.164	0.016	0.001	0.000						
(λt =0.2)	3.686	2.378	0.392	0.035							
第10日	0.905	0.091	0.005	0.000							
(λt =0.1)	4.073	1.320	0.123	0.000							

上段の各数値はポアソン過程によって計算されたランクの確率であり，空欄はすべて 0.000 である。下段の数値は各ランクの中位数に上段の確率を掛けた値で，例えば第1日のランク1は，ランクの中位数 4.5 に確率 0.549 を掛けるために，$4.5 \times 0.549 = 2.471$ である。

各日の下段の数値の合計は，ポアソン過程によって計算された各日の注文数の平均値であり，以下のような値になる。

第1日	第2日	第3日	第4日	第5日	第6日	第7日	第8日	第9日	第10日
10.492	18.531	41.819	49.347	27.478	21.486	13.148	7.467	6.491	5.516

これらの値は上記の 10 期間のサンプルの各日の平均注文数と類似している。

2. 商品供給側の状況

それでは生産国から配送拠点国に毎日 20 個ずつ商品が送られてくれば，サンプルとして抽出した各期間では，在庫の過不足数はどれだけであろうか。以下はその過不足数である。

	第 1 日	第 2 日	第 3 日	第 4 日	第 5 日	第 6 日	第 7 日	第 8 日	第 9 日	第10日
第 1 期間	10	22	18	3	-22	-57	-48	-31	-18	0
第 2 期間	20	-5	-50	-50	-30	-44	-39	-38	-20	0
第 3 期間	2	2	-26	-43	-46	-34	-39	-26	-16	0
第 4 期間	12	9	-69	-49	-73	-68	-48	-34	-14	0
第 5 期間	13	21	29	-36	-83	-63	-52	-36	-20	0
第 6 期間	-1	10	-4	-56	-76	-62	-53	-35	-15	0
第 7 期間	8	10	-25	-65	-57	-61	-56	-40	-20	0
第 8 期間	12	32	-26	-51	-46	-34	-34	-21	-11	0
第 9 期間	8	-4	8	-58	-46	-44	-32	-25	-14	0
第 10 期間	13	15	23	-12	-10	-33	-32	-22	-8	0
各日の平均値	9.7	11.2	-12.2	-41.7	-48.9	-50.0	-43.3	-30.8	-15.6	0

第 1 期間では第 1 日に 10 個，第 2 日には 22 個，第 3 日に 18 個，第 4 日に 3 個，在庫が生じているが，第 5 日に 22 個，第 6 日に 57 個，第 7 日に 48 個，第 8 日に 31 個，第 9 日に 18 個，在庫が不足している。各日の平均在庫数は第 3 日から第 9 日まで不足していることが示されている。

2－1. 在庫と注文数や生産国からの到着数との関連

上記の資料による平均在庫数はどのような意味を有しているのであろうか。

この 10 期間の平均値として第 1 日の配送終了時点では 9.7 個の在庫が生じ，2 日の終わりには 11.2 個の在庫がある。この両日は到着した注文に対し即日発送することができている。しかし 3 日には 12.2 個の不足が生じ，4 日には不足は 41.7 個に増大している。発送の遅れはどのような状況にあるであろうか。この状況を知るために先に在庫と注文数や生産国からの配送数の関連を概観する。

t 時点の生産国からの到着数を $a(t)$，販売国からの注文数を $b(t)$，販売国への発送数を $c(t)$，各時点の在庫数を $x(t)$ とすれば，各時点の最終時刻の在庫数 $x(t)$ は,

$$x(1)=a(1)-b(1),$$

$$x(2)=a(2)-b(2)+x(1),$$

$$x(3)=a(3)-b(3)+x(2)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$x(n)=a(n)-b(n)+x(n-1)$$

と表される。これらの関係から各時点の $x(t)$ と $a(t)$ がわかっていれば $b(t)$ が, $x(t)$ と $b(t)$ がわかっていれば $a(t)$ が, $a(t)$ と $b(t)$ がわかっていれば $x(t)$ が, 求められる。例えば各日の販売国からの注文数 $b(t)$ は

$$b(t)=a(t)+x(t-1)-x(t) \tag{17}$$

から計算される。

また t 時点にその時点に到着した注文であるが，発送することができず次の時点にまわされる在庫を，1 時点遅れる在庫数として $x_1(t)$，1 時点前に到着した注文であるが，この時点も先送りになる在庫を 2 時点遅れる在庫数として $x_2(t)$，3 時点遅れる在庫数を $x_3(t)$，n 時点遅れる在庫数を $x_n(t)$ と表せば，t 時点の在庫数 $x(t)$ は

$$\begin{aligned} x(t) &= x_1(t)+x_2(t)+x_3(t)+\cdots+x_n(t) \\ &= \sum_{i=1}^{n} x_i(t), \end{aligned} \tag{18}$$

と表される。このような遅れは前の時点からまわされる在庫数 $x(t-1)$ とこの時点の注文数 $b(t)$ および生産国からの配送数 $a(t)$ による。もしこの時点にま

わされる $x(t-1)$ と $b(t)$ が $a(t)$ に比べて相対的に大きければ，発送の遅れが拡大する。

2－2. 平均在庫数による遅れの実態

上記の 10 期間の平均在庫数による発送の遅れをみてみよう。平均在庫数がまず与えられたもとで注文数や在庫の遅れを計算してみる。生産国から送られてくる数 $a(t)$ は毎日一定数 20 個であるために，各日の注文数 $b(t)$ は（17）から計算される。到着した注文の順番に配送する「到着順発送」のルールに従い，1 日遅れの数を①，2 日遅れの数を②，3 日遅れの数を③と表せば，発送の遅れと在庫の状況は以下のようになる。

	第 1 日	第 2 日	第 3 日	第 4 日	第 5 日	第 6 日	第 7 日	第 8 日	第 9 日	第10日
生産国から到着数	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
販売国から注文数	10.3	18.5	43.4	49.5	27.2	21.1	13.3	7.5	4.8	4.4
販売国への発送数	10.3	18.5	31.2	20	20	20	20	20	20	20
各日の平均在庫数	9.7	11.2	-12.2	-41.7	-48.9	-50.0	-43.3	-30.8	-15.6	0
発送の遅れの数										
①			12.2	41.7	27.2	21.1	13.3	7.5	4.8	
②					21.7	27.2	21.1	13.3	7.5	
③						1.7	8.9	10	3.3	

第 3 日には第 2 日からの在庫 11.2 と生産国からの 20 が手持ち数であるが，43.4 の注文が到着し，そのうち現在の手持ち数 31.2 は販売国へ発送できるが，12.2 が翌日へまわされる。第 4 日にはこの 12.2 がまず発送されるが，49.5 の注文があるために，7.8 の手持ち分を発送した後 41.7 の翌日まわしが生じる。第 5 日には 41.7 のうち 20 がまず発送されるが，残りの 21.7 はさらに翌日にまわされる。この日 27.2 の注文が到着するが，これも翌日にまわされる。第 6 日には 2 日遅れの 21.7 のうちまず 20 が発送されるが，1.7 がさらに翌日にまわされる。21.1 の注文が到着するために，この分と 1 日遅れの 27.2 が同時に 7 日にまわさ

れる。

この表は10期間のサンプルの平均値であり，最大3日遅れで発送されているが，個々の期間には3日や4日により多い注文が到着すれば，4日遅れや5日遅れの可能性も生じていると考えられる。上記の平均在庫数から逆算された毎日の平均注文数は，最初に注文数のサンプルから直接計算された平均注文数と一致している。

3. ポアソン過程による遅れの検討

それではポアソン過程によって導かれた値によって発送の遅れをどのように判断することができるであろうか。

3−1. 平均的な在庫と遅れ

ポアソン過程によって計算された毎日の注文数によって在庫と発送の遅れを計算する。ポアソン過程によって導かれた注文数の合計は201.775となり200を越えるために，計算の簡略化を考え小数点2位以下を切り捨てた値を採用する。このとき注文数の合計は201.2となる。計算結果は以下のようになる。

	第1日	第2日	第3日	第4日	第5日	第6日	第7日	第8日	第9日	第10日
生産国から到着数	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
販売国から注文数	10.4	18.5	41.8	49.3	27.4	21.4	13.1	7.4	6.4	5.5
販売国への発送数	10.4	18.5	31.1	20	20	20	20	20	20	20
各日の平均在庫数	9.6	11.1	-10.7	-40	-47.4	-48.8	-41.9	-29.3	-15.7	-1.2
発送の遅れの数										
①			10.7	40	20	21.4	13.1	7.4	6.4	1.2
②					27.4	20	21.4	13.1	7.4	
③						7.4	7.4	8.8	1.9	

サンプルの平均値から計算した値と比較すれば，全般的に遅れの数は少なくなっている。注文数の変化がなだらかに修正されているからである。

3－2. 注文数の変化

ポアソン過程によって10期間のサンプルから毎日の注文数の変化の状態と各日の大小の注文幅が確率的に示される。例えば第1日では0〜9個の範囲の注文は0.549の確率でその日では最も多く，10〜19個は0.329で二番目に多い。第1日ではこの二つの範囲の注文数の合計が0.878で，ほとんどが0〜19個の範囲であることがわかる。第2日は 10〜19個が0.346の確率で最も多いが，0〜9個と20〜29個が0.247と0.242の確率でほぼ等しく，30〜39個も0.113で比較的多い。第2日は0〜39個の範囲でなだらかな上下幅をしていることがわかる。第3日は30〜39個の0.201の周辺でよりなだらかな上下幅を示し，広い範囲にわたって註文数が分散している。第9日や第10日では0〜9個にほとんどの注文が集中していることがわかる。

各日の最も高い確率のランクが10日間維持される可能性は，$0.549 \times 0.346 \times 0.201 \times 0.187 \times 0.265 \times 0.311 \times 0.407 \times 0.741 \times 0.819 \times 0.905 = 0.000131534$であり，10日間のサイクルのうちで約1万回に1度発生する。このとき平均的な注文数は，各ランクの中位数をとれば，$4.5 + 14.5 + 34.5 + 44.5 + 24.5 + 14.5 + 4.5 + 4.5 + 4.5 + 4.5 = 155$である。0〜9個の注文が10日間維持される可能性は，$0.549 \times 0.247 \times 0.022 \times 0.010 \times 0.100 \times 0.183 \times 0.407 \times 0.741 \times 0.819 \times 0.905 = 0.000000122$ であり，10日間のサイクルのうちで約1000万回に1度発生する。このとき平均的な注文数は，各ランクの中位数をとれば，$4.5 \times 10 = 45$個である。また10〜19 個の注文が10日間維持される可能性は，$0.329 \times 0.346 \times 0.084 \times 0.046 \times 0.230 \times 0.311 \times 0.366 \times 0.222 \times 0.164 \times 0.091 = 0.000000038$ であり，10日間のサイクルのうちで約1億回に4度発生する。このとき平均的な注文数は，各ランクの中位数をとれば，$14.5 \times 10 = 145$個である。このような10日間の各種の可能性が10日間と11ランクについてだけでも$(11)^{10}$個あり，それらの合計が1になるが，平均的な10日間の注文数は200になる。

3－3. 平均注文数による供給

10 日間の各日の平均的な注文の到着数が異なることが明らかになったために，発送の遅れを少なくする方法としてポアソン過程によって計算された各日の平均注文数を生産国から送ることにした。生産国はこれまでの各配送国への毎日同数の発送を，それぞれの配送国での注文数に応じて変化させる政策を採用した。この配送国へは上記のポアソン過程によって計算された平均註文数を各日の値が整数で，10 日間で 200 個になるように調整した以下の数が送られる。

第１日	第２日	第３日	第４日	第５日	第６日	第７日	第８日	第９日	第 10 日
10	19	42	49	27	21	13	7	6	6

このような生産国からの送付があれば，サンプルとして抽出した 10 期間の註文数と手持ち数の過不足は以下のようになる。

	第１日	第２日	第３日	第４日	第５日	第６日	第７日	第８日	第９日	第 10 日
第１期間	0	11	29	43	25	-9	-7	-3	-4	0
第２期間	10	-16	-39	-10	17	4	2	-10	-6	0
第３期間	-8	-9	-15	-3	1	14	2	2	-2	0
第４期間	2	-2	-58	-9	-26	-20	-7	-6	0	0
第５期間	3	10	40	4	-36	-15	-11	-8	-6	0
第６期間	-11	-1	7	-16	-29	-14	-12	-7	-1	0
第７期間	-2	-1	-14	-25	-10	-13	-15	-12	-6	0
第８期間	2	21	-15	-11	1	14	7	7	3	0
第９期間	-2	-15	19	-18	1	4	9	3	0	0
第10期間	3	4	34	28	37	15	9	6	6	0
各日の平均値	-0.3	0.2	-1.2	-1.7	-1.9	-2.0	-2.3	-2.8	-1.6	0

この過不足数はまた負の値を考慮した在庫数でもある。毎日 10 個ずつ送られてくるときと比較すれば全般に過不足数が減少し，特に第 6 日以降は大幅に減少している。第 3 日から第 5 日に注文数の増大に応じて生産国から送付数が増大するからである。10 期間の平均過不足数あるいは平均在庫数は大きく減少する。

10 期間の平均在庫数による注文数と発送の遅れを計算すれば以下のようになる。

	第 1 日	第 2 日	第 3 日	第 4 日	第 5 日	第 6 日	第 7 日	第 8 日	第 9 日	第10日
生産国から到着数	10	19	42	49	27	21	13	7	6	6
販売国から注文数	10.3	18.5	43.4	49.5	27.2	21.1	13.3	7.5	4.8	4.4
販売国への発送数	10	18.8	42.2	49	27	21	13	7	6	6
各日の平均在庫数	-0.3	0.2	-1.2	-1.7	-1.9	-2.0	-2.3	-2.8	-1.6	0
発送の遅れの数										
①	0.3		1.2	1.7	1.9	2.0	2.3	2.8	1.6	

生産国からの送付が毎日一定数 10 個であったときに比べれば遅れは大幅に少なくなり，少数の発送できなかった分が翌日にはすべて発送されている。

3−4. まとめ

上記では 10 日間に一定数 200 個が周期的に販売される商品を例にしている。商品の種類によっては 1 週間，1 ヵ月，1 季節等で一定数販売されることがある。いずれの商品も販売の周期と数や量を考慮して在庫の過不足ができるだけ少なくなるように調整されなければならないが，不確定に大きく変化する在庫や注文数の動きを把握するためには，サンプルの平均値と同時にポアソン過程や指数分布等の考え方を適用し，長期的に妥当な動きを抽出し，合理的な供給政策を実施しなければならない。

参考文献

Bertsimas, Dimitris and Georgia Mourtzinou, "Multiclass Queueing Systems in Heavy Traffic: an Asymptotic Approach Bases on Distributional and Consevation Laws", Operations Research, 45 (1997), 470-87.

Caldern-Rossell, Jorge R. "Towards the Theory of Foreign Direct Investment", Oxford Economic Papers, 37 (1985), 282-91.

Chevalier, Philippe B. and Lawrence M. Wein, "Scheduling Networks of Queues: Heavy Traffic Analysis of a Multistation Closed Network", Operations Research, 41 (1993), 743-58.

Davis, Donald R. "Critical Evidence on Comparative Advantage? North-North Trade in a Multilateral World", Journal of Political Economy, 105 (1997), 1051-60.

Devereux, John and Lein Lein Chen, "Export Zones and Welfare: Another Look", Oxford Economic Papers, 47 (1995), 704-13.

Gilley, Otis W., Yeung-Nan Shieh and Nancy A. Williams, "Transportation Rates and Location of the Firm: a Comparative Static Analysis", Journal of Regional Science, 28 (1988), 231-8.

Hillman, Arye L. and Joseph Templeman, "On the Use of Trade Policy Measures by a Small Country to Counter Foreign Monopoly Power", Oxford Economic Papers, 37 (1985), 346-52.

Katrak, Homi, "Multi-National Firms' Exports and Host Country Commercial Policy", Economic Journal, 91 (1981), 454-65.

Kumar, Manmohan S. "International Trade and Industrial Concentration", Oxford Economic Papers, 37 (1985), 125-33.

Lane, Philip R. "International Trade and Economic Convergence: the Credit Channel", Oxford Economic Papers, 53 (2001), 221-40.

Peterson, Michael D. and Dimitris J. Bertsimas and Ameded R. Odoni, "Decomposition Algorithms for Analyzing Transient Phenomena in Multiclass Queueing Networks in Air Transportation", Operations Research, 43 (1995), 995-1011.

Sveikauskas, Leo, "Science and Technology in United States Foreign Trade", Economic Journal, 93 (1983), 542-54.

Yamawaki, Hideki, "Exports, Foreign Market Structure, and Profitability in Japanese and U.S. Manufacturing", Review of Economics and Statistics, 68 (1986), 618-27.

Yamawaki, Hideki and David B. Audretsch, "Import Share under International Oligopoly with Differentiated Products: Japanese Imports in U.S. Manufacturing", Review of Economics and Statistics, 70 (1988), 569-79.